

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1176

三维加筋边坡地震稳定性上限分析

聂秀鹏, 逢焕平, 孙志彬, 谢松梅, 侯超群

(合肥工业大学 汽车与交通工程学院, 安徽 合肥 230601)

摘 要: 基于极限分析上限定理, 考虑均匀加筋和三角形加筋两种加筋模式, 采用拟静力分析方法推导了一定边坡高度条件下的三维加筋边坡临界加筋强度的计算公式。通过与已有文献结果的对比, 验证了所提方法的正确性, 并讨论了边坡宽高比、水平和竖向地震力系数对三维边坡稳定性的影响。结果表明: 地震力作用下边坡临界加筋强度随边坡宽高比的增大而增加, 但其变化速率逐渐减小, 当边坡宽高比大于 10 时, 三维边坡加筋强度与二维情况相近; 随着水平地震作用的增大, 三维边坡临界加筋强度呈非线性增大; 随着竖向地震作用的增大, 临界加筋强度大致呈线性增加, 且随着坡角的增大, 竖向地震作用对临界加筋强度的影响更加显著; 两种加筋模式下的边坡临界加筋强度值变化规律一致, 且三角形加筋模式所需的加筋强度较小, 效果较优。最后, 针对实际工程提出了一些工程建议。

关 键 词: 加筋边坡; 三维稳定性分析; 加筋模式; 地震力作用; 临界加筋强度

中图分类号: U416.1+4

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 09-3483-10

Upper bound analysis of seismic stability of 3D reinforced slopes

NIE Xiu-peng, PANG Huan-ping, SUN Zhi-bin, XIE Song-mei, HOU Chao-qun

(School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui, 230601, China)

Abstract: Based on the upper bound theorem of limit analysis, the stability of the three-dimensional reinforcement slopes was investigated by using the pseudo-static analysis method under the horizontal and vertical seismic forces. Both uniform reinforcement and triangular reinforcement patterns were considered, and analytical expression was derived to calculate the required critical reinforcement strength to prevent the failure of reinforced slopes. The validity of this method was verified by comparing with the results of existing literature, and the effects of the ratio of slope width to height and horizontal and vertical seismic force coefficients on the stability of three-dimensional reinforced slopes were discussed. The results show that with the increase of the ratio of slope width to height, the critical reinforcement strength of the slopes increases under seismic forces, but the changing rate gradually decreases. When the ratio of slope width to height is larger than 10, the critical reinforcement strength of the 3D slopes is similar to that of the 2D cases. With the increase of horizontal seismic force, the critical reinforcement strength of 3D slopes increases nonlinearly. While, with the increase of vertical seismic force, the value of the critical reinforcement strength increases approximately linearly. In addition, with the increase of slope angle, the effect of vertical seismic force on the critical reinforcement strength becomes more significant. The changing rule of the critical reinforcement strength under two reinforcement modes is consistent. Moreover, the stability values of triangular reinforcement mode is always smaller than that of uniform reinforcement mode, and is more conducive to maintaining the stability of the slopes. Finally, some engineering suggestions are proposed for practical projects.

Keywords: reinforced slopes; three-dimensional stability analysis; reinforcement mode; seismic force effect; critical reinforcement strength

1 引 言

加筋材料可以显著提高土工结构的稳定性, 近几十年来被越来越多地应用到工程实践中。作为一种重要的加筋土工结构, 加筋边坡的稳定性问题也

受到人们的普遍关注^[1-2]。极限分析方法建立在塑性力学的基础上, 能够求得机构极限荷载的真实上、下边界, 求解过程严谨简洁, 被广泛用于边坡稳定性分析, 同时也是求解加筋边坡稳定性问题的有力工具。

收稿日期: 2018-07-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51408180)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(51408180).

第一作者简介: 聂秀鹏, 男, 1995 年生, 硕士, 主要从事边坡稳定性分析的研究工作。E-mail: niexp1995@163.com

通讯作者: 孙志彬, 男, 1984 年生, 博士, 副教授, 主要从事隧道和边坡方面的研究工作。E-mail: sunzb@hfut.edu.cn

Porbaha 等^[3]利用极限分析上限方法计算了均匀加筋挡土墙结构的临界高度值,并利用离心模型试验得到的结果进行了验证。Michalowski^[4-5]利用上限法,对孔隙水压力和地震力作用下的二维加筋边坡进行了稳定性分析,并得到了相应的稳定性图表。赵炼恒等^[6]利用极限分析法分析了地震力作用下加筋边坡的稳定性,并进行了相应的参数研究。徐鹏等^[7]通过极限分析法,推导求解了考虑筋材抗拉强度、筋材竖向间距以及面板宽度等因素的加筋土挡墙屈服加速度上限解,并通过试验进行了验证。上述研究均假定加筋边坡的破坏符合平面应变条件,并将其简化为二维情况进行研究。而实际工程中一些加筋边坡的两侧宽度受限,其破坏具有明显的三维特征。该情况下二维稳定性分析的结果较为保守^[8-12],三维分析更加符合工程实际。Gao 等^[13]考虑了加筋边坡破坏的三维效应,采用极限分析法确定了所需的临界加筋强度和临界加筋长度,并进行参数研究以评估各种设计参数对这两个指标的影响。Zhang 等^[14]使用极限分析法对支撑基础荷载的加筋边坡稳定性进行了三维分析,并评估了各种设计参数对所需的加筋强度的影响。侯超群等^[15]基于极限分析上限法,得到了非线性摩尔-库仑(Morh-Coulomb)破坏准则下三维加筋边坡的稳定性结果。上述研究考察了静力条件下的加筋边坡三维稳定性问题,而工程实际中在静力条件下保持稳定的加筋边坡常在地震作用下发生失稳,因此有必要对地震力作用下三维加筋边坡的动稳定性进行考察。

本文基于三维极限分析的基本理论,充分考虑水平与竖向地震作用对边坡稳定性的影响,研究两种常见加筋模式(均匀加筋与三角形加筋)下加筋边坡的三维地震稳定性,为加筋边坡的设计,尤其是地震稳定性设计提供理论依据。首先利用拟静力法将地震作用表示为地震力功率方程,通过构建整个破坏机构的内外功率平衡,推导了一定边坡高度条件下三维加筋边坡所需的临界加筋强度的表达式。在验证了本文机构和所推导公式的正确性之后,探讨了边坡宽高比以及不同的水平、竖向地震力系数对临界加筋强度三维解的影响,并进行了相应的参数分析。最后根据所得结论给出了工程建议。

2 三维加筋边坡拟静力极限分析

2.1 拟静力法

地震作用对土工构筑物的动态影响较为复杂,目前常采用拟静力方法对岩土结构进行地震稳定性分析^[5-6]。该方法将地震影响简化为作用于结构的等

效静力,力学概念清晰、计算结果可靠,作为一种有效的地震效应模拟手段被纳入相应规范。本文同样采用该方法分析地震作用对三维加筋边坡稳定性的影响。

具体来说,拟静力法将地震加速度的影响简化为水平及竖直方向上的等效静态力。单位体积的静态力大小为重力与地震作用系数的乘积,计算时一般将竖向等效静态力视为水平等效静态力的一个分量:

$$k_v = \zeta k_h \quad (1)$$

式中: k_h 与 k_v 分别为水平、竖向地震作用系数; ζ 为 k_v 相对于 k_h 的比例系数。 ζ 取正值表示竖向地震力方向向下,取负值表示方向向上。根据已有文献^[6, 16],本文进行参数分析时 k_h 取 0~0.3, ζ 分别取 1.0、0.5、0、-0.5、-1.0。

2.2 三维边坡稳定性极限分析

极限分析建立在塑性力学虚功原理的基础上,自 Drucker 等^[17]首先将该方法用于边坡稳定性分析之后,极限分析因其严谨的力学假定和简洁的求解过程而被广泛采用^[18-19]。极限分析通过上、下限定理对结构的极限荷载进行求解。相对于下限定理,上限定理的应用更为普遍,本文也采用上限定理对三维加筋边坡的稳定性进行分析。上限定理假定土体为刚塑性材料,塑性变形服从相关流动法则,并要求土体破坏时的内能耗散率不小于外力做功功率:

$$\int_V \sigma'_{ij} \epsilon'_{ij} dV \geq \int_S T_i v_i dS + \int_V F_i v_i^* dV \quad (2)$$

式中: σ'_{ij} 为静力许可应力; ϵ'_{ij} 为与 σ'_{ij} 相关的应变率; T_i 与 F_i 分别为整个变形体所受的面力以及体力; S 为变形体表面; V 为变形体整个体积; v_i 和 v_i^* 为运动许可速度, $v_i = v_i^*$, 且均在边界 S 上(给定边界条件)。式(2)不等号左边表示结构破坏时的内能耗散率,右边包括所有的外力做功功率。

3 三维加筋边坡破坏机构与筋材布设

3.1 三维加筋边坡破坏机构

基于极限分析上限定理,Michalowski 等^[20]提出了用于边坡三维稳定性分析的“牛角型”旋转破坏机构(图1)。研究表明,该破坏机构能够较为准确地反映边坡破坏的三维特征。由于加筋边坡土体的失稳特征与普通边坡相似,该机构同样适用于加筋边坡的三维分析。

该机构主要由顶角为 2ϕ 的曲线锥体构成,该

锥体的对称面轮廓可由两条对数螺旋线 AC 和 $A'C'$ 表示, AC 、 $A'C'$ 的旋转中心为 O 点, C 为坡趾。

对于 AC , 有以下计算公式:

$$r = r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \quad (3)$$

对于 $A'C'$, e 则计算公式如下:

$$r' = r'_0 e^{-(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \quad (4)$$

式中: r_0 、 r'_0 、 r_h 、 θ_0 、 θ_h 和 θ_h 均为几何参数, 具体意义如图 1 所示。图中 φ 为土体内摩擦角; ρ 为 O 点到土体确定点的半径; θ 为破坏机构某一圆截面与旋转中心的夹角; R 为该截面的半径; ω 为土体旋转的角速度。

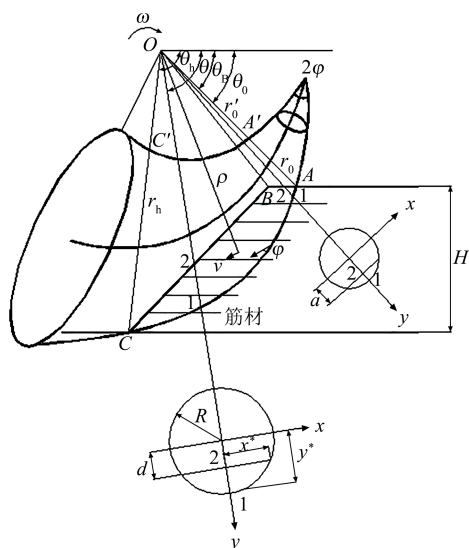


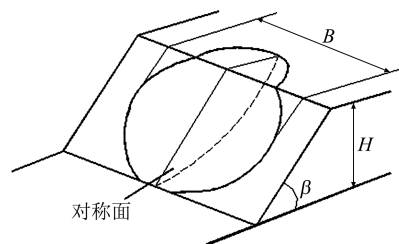
图 1 三维旋转破坏机构

Fig.1 Three-dimensional rotational failure mechanism

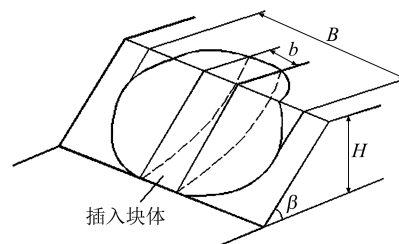
该曲线锥体与边坡土体的相交部分为滑移(破坏)块体, 该块体沿 O 点转动, 其内部任一点的滑移线速度为

$$v = \omega \rho \quad (5)$$

当边坡宽度较小时, 其破坏模式具有较为明显的三维特征。当边坡宽度较大或宽度不受限制时, 其破坏将由三维模式逐渐向二维模式转变。为了使上述机构能够体现边坡破坏由三维向二维的过渡, 在原破坏机构(图 2(a))中插入宽度为 b 的块体, 如图 2(b)所示。图中 H 为边坡高度; β 为边坡坡角。插入块体与原“牛角形”块体的几何形状一致, 并且保证破坏面光滑连续。



(a) 三维破坏机构图



(b) 有插入块体的三维破坏机构

图 2 三维破坏机构原理图

Fig.2 Diagram of three-dimensional mechanism

3.2 筋材布设

目前三维加筋边坡的加筋方式主要有两种, 即筋材密度沿高度均匀分布的均匀加筋模式(图 3(a)), 以及筋材布设上疏下密的三角形加筋模式(图 3(b))。图中 k_0 为坡内加筋平均抗拉强度。本文将分别对上述两种加筋模式下的加筋边坡进行分析。定义单位高度边坡内筋材的抗拉强度 k_t 为

$$k_t = T/s \quad (6)$$

式中: T 为单位宽度的筋材抗拉强度; s 为加筋的竖向间距。

对于均匀加筋模式, 有

$$k_t = k_0 \quad (7)$$

对于三角形加筋模式, 有

$$k_t = 2k_0 \frac{\sin \theta e^{(\theta - \theta_0) \tan \varphi} - \sin \theta_0}{H/r_0} \quad (8)$$

4 机构的能耗计算

4.1 基本假定

本文对加筋边坡进行三维拟静力分析时采用了如下假设:

(1) 三维破坏机构由“牛角形”破坏机构与中间插入块体两部分组成。

(2) 边坡填料为均质无黏性土, 破坏时服从摩

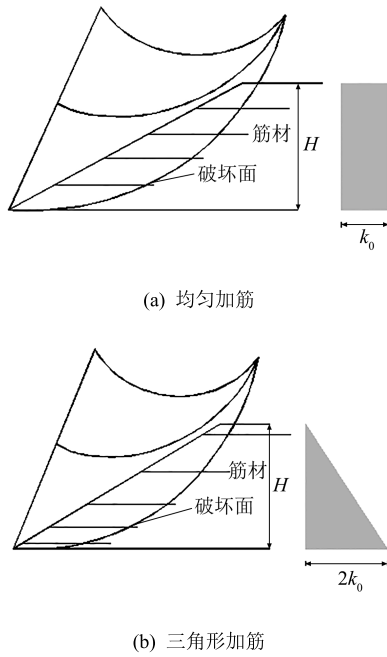


图3 加筋模式平面图

Fig.3 Plan view of reinforcement modes

尔-库仑破坏准则，塑性变形服从相关联流动法则。

(3) 采用结构性方法分析加筋边坡，将土体和筋材看作是两种不同的材料。每层筋材具有相同的长度，筋材不抗弯、不抗压，仅承受拉力，并把这两种加筋模式进行连续化^[5, 21]；筋材为拉伸破坏，并不计筋材重力。

(4) 计算机构内外功率时考虑土体变形的影响，外力功率由土体自重和地震力产生，内能耗散率由筋材拉伸产生。

4.2 外力功率计算

整个三维破坏机构的外力功率由土体重力功率和水平、竖向地震力做功功率三部分组成。

4.2.1 土体重力功率

由图1所示，土体重力功率可分为“牛角形”部分的功率和“插入块体”部分的功率。“牛角形”部分土体的重力功率 W_{γ_Hom} 表达式为

$$W_{\gamma_Hom} = 2\omega\gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta \right] \quad (9)$$

式中： x^* 为某一截面破坏土体的最大宽度； a 、 d 分别为坡顶和坡面距圆锥中心线的距离； R 、 r_m 、 a 、 d 、 x^* 、 y^* 的表达式分别为

$$R = \frac{r - r'}{2} \quad (10)$$

$$r_m = \frac{r + r'}{2} \quad (11)$$

$$a = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} r_0 - r_m \quad (12)$$

$$d = \frac{\sin(\theta_h + \beta)}{\sin(\theta + \beta)} r_0 e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - r_m \quad (13)$$

$$y^* = \sqrt{R^2 - x^2} \quad (14)$$

$$x^* = \begin{cases} \sqrt{R^2 - a^2}, & \theta_0 \leq \theta \leq \theta_B \\ \sqrt{R^2 - d^2}, & \theta_B < \theta \leq \theta_h \end{cases} \quad (15)$$

式中：插入块体可视为二维对数螺旋破坏机构在宽度方向拉伸 b 得来，其重力功率 W_{γ_b} 为

$$W_{\gamma_b} = b\omega\gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_h} \int_a^R (r_m + y)^2 \cos \theta dy d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_d^R (r_m + y)^2 \cos \theta dy d\theta \right] \quad (16)$$

则土体重力功率 W_γ 为

$$W_\gamma = W_{\gamma_Hom} + W_{\gamma_b} \quad (17)$$

4.2.2 地震力做功功率

为考虑地震作用的影响，通过拟静力方法将地震荷载的外力功率计入功率平衡方程。地震力做功功率包括水平与竖向地震力功率，计算时也可分为“牛角形”和“插入块体”两个部分。其中，“牛角形”部分的水平地震力功率表达式为

$$W_{kh_Hom} = 2k_h\omega\gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_B} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} (r_m + y)^2 \sin \theta dy dx d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} (r_m + y)^2 \sin \theta dy dx d\theta \right] \quad (18)$$

插入块体部分的水平地震力 W_{kh_b} 做功功率为

$$W_{kh_b} = k_h b\omega\gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_h} \int_a^R (r_m + y)^2 \sin \theta dy d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_d^R (r_m + y)^2 \sin \theta dy d\theta \right] \quad (19)$$

同样地，竖向地震力 W_{kv_Hom} 、 W_{kv_b} 做功功率分别为

$$W_{kv_Hom} = 2k_v\omega\gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_B} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta \right] \quad (20)$$

$$W_{kv_b} = k_v b \omega \gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_B} \int_a^R (r_m + y)^2 \cos \theta dy d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_d^R (r_m + y)^2 \cos \theta dy d\theta \right] \quad (21)$$

则地震力功率 W_k 为

$$W_k = W_{kh_Hom} + W_{kh_b} + W_{kv_Hom} + W_{kv_b} \quad (22)$$

则破坏机构的总外力功率为

$$W = W_\gamma + W_k \quad (23)$$

4.3 内能耗散率计算

由于本研究假定土体为无黏性土, 此时边坡土体的内能耗散率为 0, 故破坏机构的内能耗散率仅有筋材部分的内能耗散率。

假设所有筋材上的能量耗散沿着速度间断面发生, 并且全部由筋材拉伸产生。单位宽度内筋材拉伸破坏如图 4 所示。图中 η 为筋材的倾斜角度, 三维情况下, 需要考虑筋材沿整个破坏面的能量耗散, 筋材拉伸破坏三维机制如图 5 所示。微元段 $d\theta$ 对应的破裂面面积 ds 为

$$ds = L dx = \frac{rL}{\cos \varphi} d\theta \quad (24)$$

式中: L 为微元段 $d\theta$ 处的破裂面长度; dx 为微元段的宽度, L 的表达式为

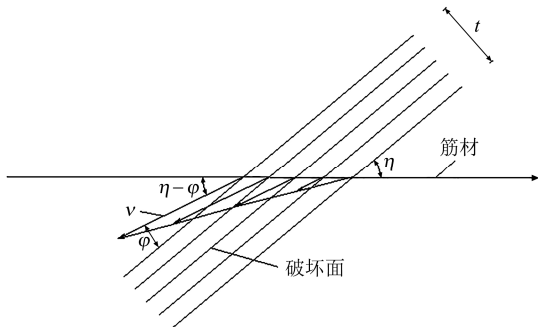


图 4 筋材拉伸破坏示意图

Fig.4 Tensile failure schematic of reinforcement

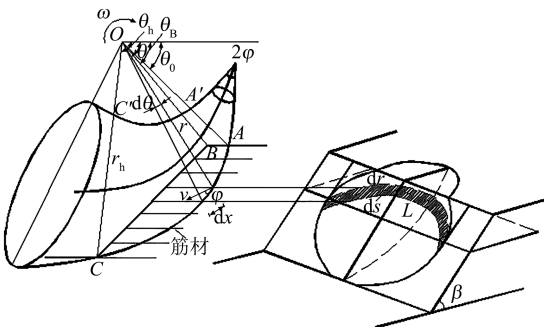


图 5 筋材三维破坏机制

Fig.5 Reinforcement failure of three-dimensional slope

$$L = \begin{cases} 2R \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2}, & \theta_0 \leq \theta \leq \theta_B \\ 2R \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}, & \theta_B \leq \theta \leq \theta_h \end{cases} \quad (25)$$

“牛角形”块体内部筋材的能量耗散率为

$$D_{r_Hom} = \int_L k_t v \cos(\eta - \varphi) \sin \eta ds \quad (26)$$

式中: $v = \omega r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \varphi}$; 且 $\eta = \frac{\pi}{2} - \theta + \varphi$ 。

对于均匀加筋, “牛角形”块体内部筋材的能量耗散率 D_{r_Hom} 为

$$D_{r_Hom} = \frac{k_0 r_0^2 \omega}{\cos \varphi} \int_{\theta_0}^{\theta_h} e^{2(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \sin \theta \cos(\theta - \varphi) \cdot L d\theta \quad (27)$$

插入块体内部筋材的内能耗散率 D_{r_b} 为

$$D_{r_b} = \frac{b k_0 r_0^2 \omega}{\cos \varphi} (f_1 + f_2 - f_3) \quad (28)$$

$f_1 \sim f_3$ 计算公式为

$$f_1 = \frac{\cos \varphi}{4} \cdot$$

$$\frac{(\tan \varphi \sin 2\theta_h - \cos 2\theta_h) e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - \tan \varphi \sin 2\theta_h + \cos 2\theta_h}{1 + \tan^2 \varphi} \quad (29)$$

$$f_2 = \frac{\cos \varphi}{4} (e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - 1) \quad (30)$$

$$f_3 = \frac{\sin \varphi}{4} \cdot$$

$$\frac{(\sin 2\theta_h + \tan \varphi \cos 2\theta_h) e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - \tan \varphi \cos 2\theta_h - \sin 2\theta_h}{1 + \tan^2 \varphi} \quad (31)$$

同样地, 对于三角形加筋, 有

$$D_{r_Hom} = \frac{2k_0 r_0^2 \omega}{(H/r_0) \cos \varphi} \int_{\theta_0}^{\theta_h} (f_4 - f_5) \cdot L d\theta \quad (32)$$

$$D_{r_b} = \frac{2b k_0 r_0^2 \omega}{(H/r_0) \cos \varphi} \left[\left(\frac{3 \cos \varphi}{4} f_6 + \frac{9 \sin \varphi}{4} f_7 - f_8 - f_9 \right) - \sin \theta_0 (f_1 + f_2 - f_3) \right] \quad (33)$$

$f_4 \sim f_9$ 表达式为

$$f_4 = \sin^2 \theta \cos(\theta - \varphi) e^{3(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \quad (34)$$

$$f_5 = \sin \theta_0 \sin \theta \cos(\theta - \varphi) e^{2(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \quad (35)$$

$$f_6 = \frac{(\sin \theta_h + 3 \tan \varphi \cos \theta_h) e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - 3 \tan \varphi \cos \theta_0 - \sin \theta_0}{3(1 + 9 \tan^2 \varphi)} \quad (36)$$

$$f_7 = \frac{(3 \tan \varphi \sin \theta_h - \cos \theta_h) e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - 3 \tan \varphi \sin \theta_0 + \cos \theta_0}{3(1 + 9 \tan^2 \varphi)} \quad (37)$$

$$f_8 = \frac{\cos \varphi}{12} \cdot \frac{(\sin 3\theta_h + \tan \varphi \cos 3\theta_h) e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - \tan \varphi \cos 3\theta_h - \sin 3\theta_h}{1 + \tan^2 \varphi} \quad (38)$$

$$f_9 = \frac{\sin \varphi}{12} \cdot \frac{(\tan \varphi \sin 3\theta_h - \cos 3\theta_h) e^{3(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - \tan \varphi \sin 3\theta_h + \cos 3\theta_h}{1 + \tan^2 \varphi} \quad (39)$$

则破坏机构的总内能耗散率为

$$D = D_{r_Hom} + D_{r_b} \quad (40)$$

4.4 三维加筋边坡临界加筋强度

基于外力功率与内能耗散率的相等, 可求得一定参数条件下的边坡临界加筋强度 k_t (通常以无量纲 $k_t/(\gamma H)$ 的形式表示^[4-6, 131])。两种加筋模式下边坡的 $k_t/(\gamma H)$ 表达式如下所示。

对于均匀加筋模式, 有

$$\frac{k_t}{\gamma H} = \frac{r_0 \left\{ (1 + k_v) f_{10} + k_h f_{12} + \frac{b}{r_0} [(1 + k_v) f_{11} + k_h f_{13}] \right\}}{\gamma H \left(f_{14} + \frac{b}{r_0} f_{15} \right)} \quad (41)$$

对于三角形加筋模式, 有

$$\frac{k_t}{\gamma H} = \frac{r_0 \left\{ (1 + k_v) f_{10} + k_h f_{12} + \frac{b}{r_0} [(1 + k_v) f_{11} + k_h f_{13}] \right\}}{\gamma H \left(f_{16} + \frac{b}{r_0} f_{17} \right)} \quad (42)$$

其中:

$$f_{10} = \frac{2\omega\gamma}{r_0^2} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \cos \theta dy dx d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \cos \theta dy dx d\theta \right] \quad (43)$$

$$f_{11} = \frac{\omega\gamma}{r_0} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} \int_a^R \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \cos \theta dy d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} \int_d^R \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \cos \theta dy d\theta \right] \quad (44)$$

$$f_{12} = \frac{2\omega\gamma}{r_0^2} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \sin \theta dy dx d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right)^2 \sin \theta dy dx d\theta \right] \quad (45)$$

$$f_{13} = \frac{\omega\gamma}{r_0} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} \int_a^R \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right) \sin \theta dy d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} \int_d^R \left(\frac{r_m}{r_0} + \frac{y}{r_0} \right) \sin \theta dy d\theta \right] \quad (46)$$

$$f_{14} = \frac{2\omega}{\cos \varphi} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} \frac{R}{r_0} e^{2(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \sin \theta \cos(\theta - \varphi) \cdot \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R} \right)^2} d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} \frac{R}{r_0} e^{2(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \sin \theta \cdot \cos(\theta - \varphi) \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R} \right)^2} d\theta \right] \quad (47)$$

$$f_{15} = \frac{\omega}{\cos \varphi} (f_3 + f_4 - f_5) \quad (48)$$

$$f_{16} = \frac{4\omega}{H} \cdot \frac{r_0}{\cos \varphi} \left[\int_{\theta_0}^{\theta_b} (f_6 - f_7) \frac{R}{r_0} \cdot \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R} \right)^2} d\theta + \int_{\theta_b}^{\theta_h} (f_6 - f_7) \frac{R}{r_0} \cdot \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R} \right)^2} d\theta \right] \quad (49)$$

$$f_{17} = \frac{2\omega}{H} \cdot \frac{r_0}{\cos \varphi} \left[\left(\frac{3 \cos \varphi}{4} f_8 + \frac{9 \sin \varphi}{4} f_9 - f_{10} - f_{11} - \sin \theta_0 (f_3 + f_4 - f_5) \right) \right] \quad (50)$$

当边坡的几何、物理参数一定的条件下, 式 (41)、(42) 是关于 θ_0 、 θ_h 和 r'_0/r_0 以及 b/r_0 的函

数,在一定几何约束条件下对上述 4 个参数进行优化,可求得边坡的临界加筋强度。

5 对比与验证

为验证本文模型和所导公式的正确性,将本文的计算结果同已有文献的结果进行对比。

5.1 与二维加筋边坡的对比

宽度受限时边坡破坏特征的三维效应较为明显,随着宽度的增大,其破坏模式由三维向二维过渡。若边坡宽高比 B/H 足够大,三维分析的结果与二维结果接近,此时可将三维结果近似为二维分析结果。

本文计算了 $B/H = 100$ 时两种加筋模式下的临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$,并与赵炼恒等^[6]的二维计算结果进行对比,如表 1 所示。

表 1 地震力作用下二维加筋边坡临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$
Table 1 Critical reinforcement strength $k_t/(\gamma H)$ of 2D reinforced slope under seismic forces

水平地震力系数 k_h	$\beta/(^{\circ})$	ζ	$k_t/(\gamma H)$ 结果			
			本文(均匀加筋)	赵炼恒等 ^[6] (均匀加筋)	本文(三角形加筋)	赵炼恒等 ^[6] (三角形加筋)
0.3	60	-1.0	0.069 2	0.069 3	0.067 8	0.068 3
0.3	60	-0.5	0.071 6	0.071 8	0.069 7	0.070 0
0.3	60	0.0	0.074 9	0.075 7	0.072 6	0.072 9
0.3	60	0.5	0.079 0	0.078 7	0.076 0	0.077 8
0.3	60	1.0	0.083 3	0.082 4	0.079 9	0.080 0

从表 1 可以看出,当 $B/H = 100$ 时本文计算结果与赵炼恒等^[6]的结果非常吻合,最大误差不超过 3%,说明本机构求解的二维解具有颇好的正确性。

5.2 与三维加筋边坡的对比

当边坡宽高比 $B/H < 10$ 时,边坡破坏具有较明显的三维特征。为了证明本机构三维解的正确性,计算了三维加筋模式边坡的临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$,并与 Gao 等^[22]的结果进行对比。结果如表 2 所示。

表 2 三维加筋边坡临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$
Table 2 Critical reinforcement strength $k_t/(\gamma H)$ of 3D reinforced slope

$\varphi/(^{\circ})$	$\beta/(^{\circ})$	$B/H = 2$ 时的 $k_t/(\gamma H)$		$B/H = 5$ 时 $k_t/(\gamma H)$	
		本文	Gao 等 ^[22]	本文	Gao 等 ^[22]
25	30	0.125 0	0.127 0	0.015 0	0.015 5
25	45	0.060 1	0.062 7	0.067 9	0.069 4
25	60	0.097 3	0.010 2	0.108 0	0.113 0
30	30	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
30	45	0.033 1	0.034 1	0.038 6	0.040 0
30	60	0.068 0	0.071 0	0.076 2	0.078 6

从表 2 可以看出,求解三维加筋边坡临界加筋强度时本文结果与 Gao 等^[22]的结果有较好的一致性,两者之间的最大误差仅为 5%,说明本机构在求解三维加筋边坡稳定性方面是有效的。综合以上两个对比结果,充分证明了本文模型和所导公式的正确性。

6 结果与讨论

本节对地震力作用下三维加筋边坡进行稳定性分析。假设土体为无黏性土(即 $c = 0$),土体重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$,土体内摩擦角 $\varphi = 30^{\circ}$,边坡高度 $H = 10 \text{ m}$ 。重点研究均匀加筋和三角形加筋两种加筋模式下水平地震力系数 k_h 、竖向地震力系数 k_v 和边坡宽高比 B/H 对边坡所需的临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响。

6.1 宽高比 B/H 的影响

为了研究边坡宽高比 B/H 对临界加筋强度的影响,考虑均匀加筋和三角形加筋模式,对不同水平地震力系数(k_h 分别为 0.1、0.2、0.3、0.4)及边坡坡角(β 分别为 45° 、 60° 、 90°)条件下 $k_t/(\gamma H)$ 随边坡宽高比 B/H 的变化规律进行分析,讨论结果如图 6 所示。

从图 6 可以看到,三角形加筋模式下的临界加筋强度小于均匀模式。比较不同的坡角 β 条件下的 $k_t/(\gamma H)$,两种加筋模式之间的临界加筋强度差异并不相同。当 $\beta = 45^{\circ}$ 时,随着水平地震系数的增大,两者差值逐渐增大。当 $\beta = 90^{\circ}$ 时,两者差值随着水平地震系数的增大而逐渐减小。当 $\beta = 60^{\circ}$ 时,不同加筋模式的 $k_t/(\gamma H)$ 随水平地震力系数变化不大。

边坡宽高比 B/H 对临界加筋强度也有显著影响。两种加筋模式下, B/H 对 $k_t/(\gamma H)$ 的影响趋势一致。不同的 k_h 值条件下, B/H 对 $k_t/(\gamma H)$ 的影响也服从这种趋势,说明 B/H 对 $k_t/(\gamma H)$ 变化趋势的影响与 k_h 无关。随着宽高比 B/H 的增大, $k_t/(\gamma H)$ 非线性增大。当 $B/H < 5$ 时, $k_t/(\gamma H)$ 随 B/H 的增长速度较快,特别是当 $B/H < 2$ 时, $k_t/(\gamma H)$ 的变化较为显著;当 $B/H > 10$ 时, $k_t/(\gamma H)$ 的变化比较缓慢,边坡的二维效应更加显著。因此实际工程中当 $B/H < 5$ 时,应充分考虑三维效应对加筋边坡稳定性的影响;当 $B/H > 10$ 时,可以用二维分析结果来近似表示三维分析的结果。

6.2 水平地震力系数的影响

为了研究水平地震力对临界加筋强度的影响,考虑均匀加筋和三角形加筋模式,对不同边坡宽高比(B/H 分别为 2、3、5)及边坡坡角(β 分别为

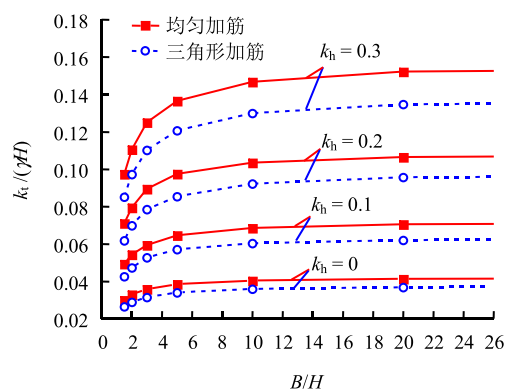
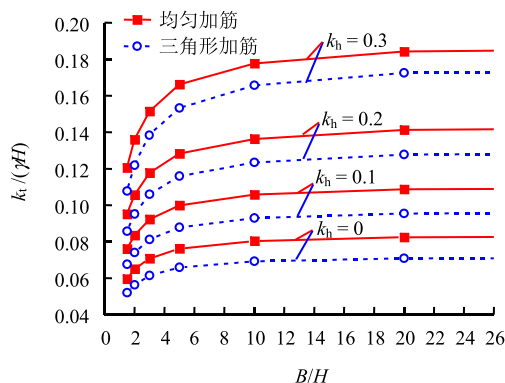
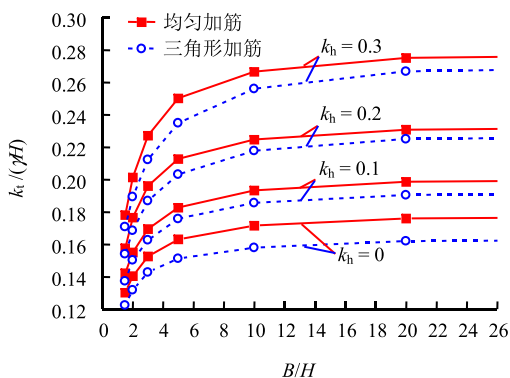
(a) $\beta = 45^\circ$ (b) $\beta = 60^\circ$ (c) $\beta = 90^\circ$

图6 宽高比 B/H 对三维加筋边坡所需临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响

Fig.6 Effect of B/H on critical reinforcement strength $k_t/(\gamma H)$ of three-dimensional reinforced slope

45°、60°、90°) 条件下三维边坡临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 随水平地震力系数 k_h 的变化规律进行分析, 结果如图 7 所示。

从图 7 可以看到, 两种加筋模式下边坡临界加筋强度的变化规律较为相似。水平地震力系数 k_h 和边坡坡角 β 对加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响较大, $k_t/(\gamma H)$ 随着 k_h 的增大呈非线性增大, 变化速率逐渐加快。相同条件下均匀加筋模式需要更高的加筋强度; 例如, 当 $k_h = 0.2$, $\beta = 60^\circ$, $B/H = 2$ 时, 均

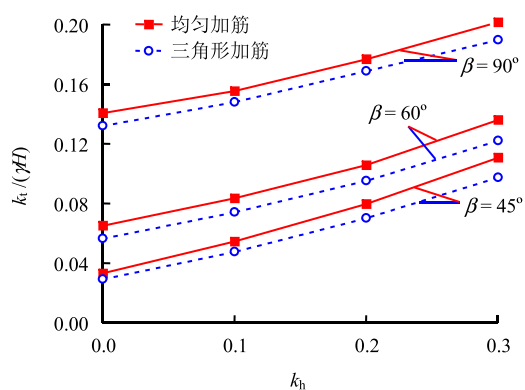
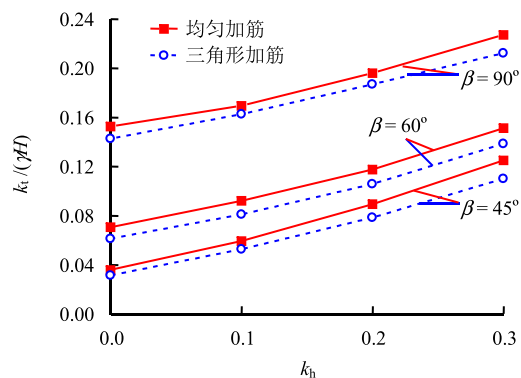
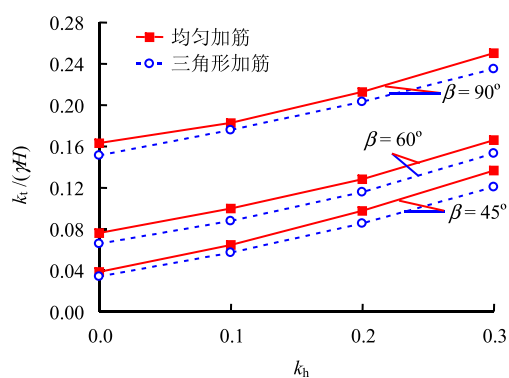
(a) $B/H = 2$ (b) $B/H = 3$ (c) $B/H = 5$

图7 水平地震力系数 k_h 对三维加筋边坡所需的临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响

Fig.7 Effect of k_h on critical reinforcement strength $k_t/(\gamma H)$ of three-dimensional reinforced slope

匀加筋模式所需的 $k_t/(\gamma H)$ 为 0.13, 而三角形加筋模式所需的为 0.11。比较坡角 β 和加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的关系, 可以看出当边坡坡度 β 越小时, k_h 对加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响程度越明显, 但是 k_h 对 $k_t/(\gamma H)$ 变化趋势的影响与 β 无关, 因此对于实际工程中的边坡, 在设计时要充分考虑水平地震力作用的影响。

6.3 竖向地震力系数的影响

竖向地震力对加筋边坡稳定性的影响较少被考

虑。为了研究竖向地震力对加筋边坡稳定性的影响, 在上一节的基础上, 讨论了 $k_h = 0.2$ 时不同 ζ 值对三维临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响, 讨论结果如图 8 所示。

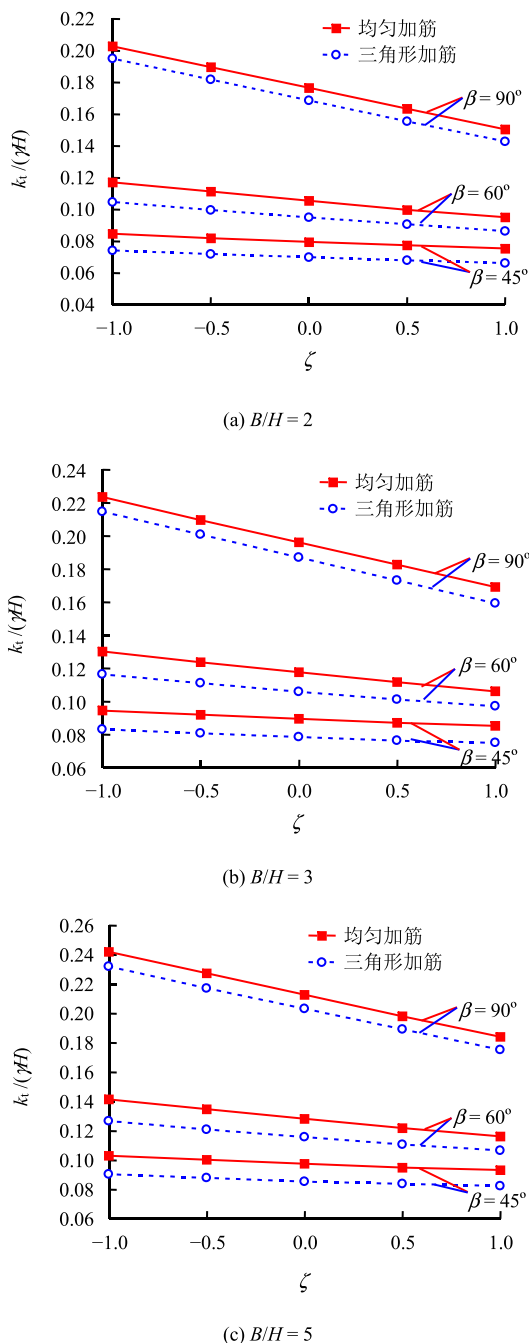


图 8 k_h 、 k_v 对三维加筋边坡所需临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 的影响

Fig.8 Effects of k_h , k_v on critical reinforcement strength $k_t/(\gamma H)$ of three-dimensional reinforced slope

从图 8 可以看出, 加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 与竖向地震力基本呈线性关系。方向向上的竖向地震力越大, $k_t/(\gamma H)$ 值越大, 向下的竖向地震力越大, 则 $k_t/(\gamma H)$ 的值越小, 表明竖向地震力的方向与临界

加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 密切相关。不同加筋模式下, 竖向地震力对 $k_t/(\gamma H)$ 的影响趋势较为接近。工程实际中常常忽略竖向地震力的影响, 但是从图中可以看出, 虽然竖向地震力对缓坡稳定性的影响效果并不明显, 但是随着边坡坡度 β 增大, 竖向地震力对 $k_t/(\gamma H)$ 的影响效果越明显。因此, 竖向地震力效应在分析实践中不容忽视。

7 结 论

基于极限分析上限定理, 采用三维旋转破坏机构评估了水平和垂直地震力作用下三维加筋边坡的临界加筋强度, 并考察了不同加筋模式的影响, 所得结论如下:

(1) 边坡宽高比 B/H 对水平地震作用下三维边坡临界加筋强度有显著影响。随着宽高比 B/H 的增大, $k_t/(\gamma H)$ 非线性增大; 当 $B/H < 5$ 时, 尤其是 $B/H < 2$ 时, $k_t/(\gamma H)$ 的增长速率较快; 当 $B/H > 10$ 时, $k_t/(\gamma H)$ 的值变化较小。不同水平地震系数 k_h 以及加筋模式下, 宽高比对临界加筋强度的影响规律大致相同, 且不同宽高比下, $k_t/(\gamma H)$ 随 k_h 以及 ζ 的变化规律基本一致。

(2) 水平地震作用对临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 有显著影响。其他参数一定的条件下, 随着水平地震力系数 k_h 增大, 三维边坡临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 呈非线性增大, 并且增长速率逐渐加快。边坡坡角 β ($45^\circ \sim 90^\circ$) 变化时, 临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 随 k_h 的变化规律相近, 变化增量大致相同。因此, 设计时要充分重视水平地震作用对临界加筋强度的影响, 且不同坡角下 $k_t/(\gamma H)$ 随 k_h 的变化具有借鉴意义。

(3) 竖向地震作用对临界加筋强度 $k_t/(\gamma H)$ 有一定影响。随着 ζ 的增大, $k_t/(\gamma H)$ 的值基本呈线性增加。边坡坡角 β 影响竖向地震力的作用, 随着 β 的增加, 竖向地震力对临界加筋强度的影响更加显著。因此, 在实际工程中, 对于坡度较大的边坡 (如 $\beta > 60^\circ$ 时), 应充分重视竖向地震力的影响。

(4) 两种加筋模式下, B/H 、 k_h 、 ζ 以及 β 对临界加筋强度的影响规律较为接近。三角形加筋模式所需临界加筋强度小于均匀加筋模式, 且两者差值在 2%~12% 之间。若条件允许, 实际工程中可首选三角形加筋模式。

参 考 文 献

- [1] 李丽华, 石安宁, 肖衡林, 等. 加筋土挡墙静载模型试验及其力学性能研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(12): 4360—4368.

- LI Li-hua, SHI An-ning, XIAO Heng-lin, et al. Model test and mechanical properties study of reinforced earth retaining wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(12): 4360—4368.
- [2] 曹文贵, 谭建辉, 胡卫东. 水平加筋地基极限承载力的极限上限分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(6): 1955—1962.
CAO Wen-gui, TAN Jian-hui, HU Wei-dong. Upper bound of ultimate bearing capacity for the reinforced grounds[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(6): 1955—1962.
- [3] PORBAHA A, ZHAO A, KOBAYASHI M, et al. Upper bound estimate of scaled reinforced soil retaining walls[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2000, 18(6): 403—413.
- [4] MICHALOWSKI R L. Stability of uniformly reinforced slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1997, 123(6): 546—556.
- [5] MICHALOWSKI R L. Soil reinforcement for seismic design of geotechnical structures[J]. **Computers and Geotechnics**, 1998, 23(1): 1—17.
- [6] 赵炼恒, 李亮, 杨峰, 等. 加筋土坡动态稳定性拟静力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(9): 1904—1917.
ZHAO Lian-heng, LI Liang, YANG Feng, et al. Dynamic stability pseudo-static analysis of reinforcement soil slopes[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(9): 1904—1917.
- [7] 徐鹏, 蒋关鲁, 邱俊杰, 等. 基于二楔块法的加筋土挡墙屈服加速度及破坏模式极限分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(8): 2765—2770.
XU Peng, JIANG Guan-lu, QIU Jun-jie, et al. Limit analysis on yield acceleration and failure model of reinforced soil retaining walls using two-wedge method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(8): 2765—2770.
- [8] CAVOUNIDIS S. On the ratio of factors of safety in slope stability analyses[J]. **Géotechnique**, 1987, 37(2): 207—210.
- [9] MICHALOWSKI R L. Limit analysis and stability charts for 3D slope failures[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2010, 136(4): 583—593.
- [10] MICHALOWSKI R L, MARTEL T. Stability charts for 3D failures of steep slopes subjected to seismic excitation[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2011, 137(2): 183—189.
- [11] MICHALOWSKI R L, NADUKURU S S. Three-dimensional limit analysis of slopes with pore pressure[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2013, 139(9): 1604—1610.
- [12] GAO Y F, ZHU D S, ZHANG F, et al. Stability analysis of three-dimensional slopes under water drawdown conditions[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2014, 51(11): 1355—1364.
- [13] GAO Y F, YANG S C, ZHANG F, et al. Three-dimensional reinforced slopes: evaluation of required reinforcement strength and embedment length using limit analysis[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2016, 44(2): 133—142.
- [14] ZHANG F, LESHCHINSKY D, GAO Y F, et al. Required strength of geosynthetic in reinforced soil structures supporting spread footings in three dimensions[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2014, 42(6): 576—585.
- [15] 侯超群, 邓欣, 孙志彬, 等. 非线性准则下三维加筋边坡稳定性的上限分析[J]. 中国公路学报, 2018, 32(2): 124—132.
HOU Chao-qun, DENG Xin, SUN Zhi-bin, et al. Upper bound analysis of three-dimensional reinforced slopes with nonlinear failure criterion[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2018, 32(2): 124—132.
- [16] LING H I, LESHCHINSKY D. Effects of vertical acceleration on seismic design of geosynthetic-reinforced soil structures[J]. **Géotechnique**, 1998, 48(3): 347—373.
- [17] DRUCKER D C, PRAGER W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design[J]. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, 1952, 10(2): 157—165.
- [18] MICHALOWSKI R L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis[J]. **Journal of the Japanese Geotechnical Society**, 1997, 37(4): 57—64.
- [19] YANG X L, YIN J H. Slope stability analysis with nonlinear failure criterion[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 130(3): 267—273.
- [20] MICHALOWSKI R L, DRESCHER A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. **Géotechnique**, 2009, 59(10): 839—850.
- [21] 崔新壮, 姚占勇, 商庆森, 等. 加筋土坡临界高度的极限分析[J]. 中国公路学报, 2007, 20(1): 1—6.
CUI Xin-zhuang, YAO Zhan-yong, SHANG Qing-sen, et al. Limit analysis of critical heights of reinforced soil slopes[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2007, 20(1): 1—6.
- [22] GAO Y F, YANG S C, ZHANG F, et al. Three-dimensional reinforced slopes: evaluation of required reinforcement strength and embedment length using limit analysis[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2016, 44(2): 133—142.